

INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN HUNEDOARA
Test de antrenament pentru examenul de bacalaureat național 2022
M_șt-naturii

Test de antrenament 3

Filiera teoretică: profilul real, specializarea științele naturii .

• Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.

• Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. La toate subiectele se cer rezolvări complete.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Calculați suma primilor cinci termeni ai progresiei geometrice $(b_n)_{n \geq 1}$, știind că $b_2 = 4$ și $b_3 = 8$.
- 5p** 2. Determinați $m \in \mathbb{R}$ astfel încât $(m^2 - m) \cdot x + 1 > 0$ pentru orice $x \in \mathbb{R}$.
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $2^{x+1} + x = x \cdot 2^x + 2$.
- 5p** 4. Care este probabilitatea ca alegând la întâmplare un număr de trei cifre, acesta să fie divizibil cu 5.
- 5p** 5. Calculați $|\vec{u} + \vec{v}|$ dacă $\vec{u} = \vec{i} - 2\vec{j}$ și $\vec{v} = -3\vec{i} + 4\vec{j}$.
- 5p** 6. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $O(0,0)$, $A(3,3)$ și $B(6,0)$. Determinați coordonatele ortocentrului triunghiului OAB .

SUBIECTUL II

(30 de puncte)

1. Pentru $n \in \mathbb{N}$ se consideră matricea $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & n \\ 1 & 4 & n^2 \end{pmatrix}$.
- 5p** a) Calculați $\det(A)$.
- 5p** b) Determinați $n \in \mathbb{N}$ pentru care A este inversabilă.
- 5p** c) În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,1)$, $B(2,4)$ și $C(n,n^2)$, $n \in \mathbb{N}, n \geq 3$. Să se arate că aria triunghiului ABC este un număr natural.
2. Se consideră corpul $(\mathbb{Z}_3, +, \cdot)$.
- 5p** a) Să se verifice că $x^3 = x$ pentru orice $x \in \mathbb{Z}_3$.
- 5p** b) Să se arate că $(x + y)^3 = x^3 + y^3$ pentru orice $x, y \in \mathbb{Z}_3$.
- 5p** c) Să se determine $a \in \mathbb{Z}_3$ astfel ca $a^3 + a + \hat{1} = \hat{0}$.

SUBIECTUL III

(30 de puncte)

1. Fie $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ definită prin $f(x) = \frac{\ln x}{x}$ pentru orice $x \in (0, \infty)$.
- 5p** a) Să se calculeze $f'(x)$.
- 5p** b) Să se determine intervalele de monotonie ale funcției f .
- 5p** c) Să se arate că $e^\pi > \pi^e$.
2. Se consideră șirul $(I_n)_{n \geq 1}$ definit prin $I_n = \int_1^e (\ln x)^n dx$ pentru orice $n \geq 1$.
- 5p** a) Să se calculeze I_1 .
- 5p** b) Să se arate că $I_{n+1} = e - (n+1) \cdot I_n$ pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$.
- 5p** c) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} I_n$.